诚信考试，公平竞争。 以下三种行为是严重作弊行为，学校将从严处理：
1.替他人考试或由他人替考；　2.通讯工具作弊；　3.组织作弊。

任课教师：________ 姓名：________ 学号：________ 班级：________ 装 订 线

浙江工业大学《高等数学 I》期中试卷

2022-2023 学年第一学期

题号	一	二	三	四	五	六	总分
得分							

一、选择题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

得分	

1．下列极限存在的是（　　）

(A) $\lim\limits_{x\to\infty} x\arctan\dfrac{1}{x}$　　(B) $\lim\limits_{x\to\infty} e^{-x}\sin x^2$

(C) $\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\sqrt{x^2+5}}{x}$　　(D) $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\sin x^2}{x^3}$

2．设 $f(x)=\dfrac{1-e^{\frac{1}{x}}}{1+e^{\frac{1}{x}}}\cdot\arctan\dfrac{1}{x}$，$x=0$ 是 $f(x)$ 的（　　）

(A) 跳跃间断点　　(B) 可去间断点

(C) 无穷间断点　　(D) 连续点

3．设 $f(x)=\dfrac{1}{x}\cdot\sin\dfrac{1}{x}\,(0<x<+\infty)$，则以下命题正确的是　（　　）

(A) 当 $x\in(0,+\infty)$ 时 $f(x)$ 有界　　(B) $f(x)$ 为当 $x\to+\infty$ 时的无穷大

(C) $f(x)$ 为 $x\to 0^+$ 时的无穷大　　(D) $f(x)$ 为当 $x\to+\infty$ 时的无穷小

4．当 $x\to+\infty$ 时，$\ln\dfrac{x+1}{x}$ 是 $\operatorname{arccot} x$ 的（　　）

(A) 高阶无穷小　　(B) 低阶无穷小

(C) 等价无穷小　　(D) 同阶无穷小，但不是等价无穷小

5．设 $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{\sin 2h}{f(2)-f(2-h)}=2$，则 $f'(2)$ 等于（　　）

(A) -1　　(B) 1　　(C) 2　　(D) 4

二、填空题（本大题共 5 小题，每小题 4 分，共 20 分）

得分	

1．设函数 $f(x)=\begin{cases}5e^x-\cos x, & x\le 0\\ \dfrac{\sin 2x}{\tan ax}, & x>0\end{cases}$ 在 $x=0$ 处连续, 则 $a=$ ________。

2. 已知$a_n=\dfrac{2^n n!}{n^n}$，则$\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{a_{n+1}}{a_n}=$________。

3．设$y=e^{\cos x^2}$，则 $dy=$____________________________。

4. 设$y=(1+x)^{\frac{1}{x}}$，则 $y'=$________________________________。

5. 设$\cos x^2$ 的麦克劳林展开式为:$a_0+a_1x^2+a_2x^4+\cdots+a_nx^{2n}+R_{2n}(x)$,

则$a_2=$________。

三、解答下列各题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

得分	

1． 求：$\lim\limits_{x\to 0}\left[\tan\left(\dfrac{\pi}{4}-x\right)\right]^{\cot x}$

2. 求： $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{e^{x^2}-\cos x}{x^2}$

3. 设$\begin{cases} x=\ln(1+t^2) \\ y=t-\arctan t \end{cases}$，求：$\dfrac{dy}{dx}$，$\dfrac{d^2y}{dx^2}$..

四、解答下列各题（本大题共 3 小题，每小题 8 分，共 24 分）

得分	

1. 设函数$y=y(x)$ 由方程$e^{x+y}-\cos(xy)=0$确定,求$\left.\dfrac{dy}{dx}\right|_{x=0}$

2. 讨论函数$f(x)=\begin{cases}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x} & ,\ x>0\\ \dfrac{1}{2} & ,\ x\le 0\end{cases}$在$x=0$处的连续性与可导性。

3. 设$f(x)$具有二阶导数,且在$x=0$的某去心邻域内满足$f(x)\neq 0$,已知$f''(0)=4$,

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=0$,求$\lim\limits_{x\to 0}\left[1+\dfrac{f(x)}{x}\right]^{\frac{1}{x}}$.

班级：______ 学号：______ 装 姓名：______ 订 线 任课教师：______

五、（本题 6 分）

得分	

设a,b为实数，证明方程 $3ax^2+2bx=a+b$ 至少有一个小于1的正根。

六、（本题 6 分）

得分	

设$f'(x)$在$[a,b]$上连续，$f''(x)$在(a,b)内存在，若$f(a)=f(b)=0$,且存在$c\in(a,b)$满足$f(c)>0$,证明:至少存在一点$\xi\in(a,b)$使得$f''(\xi)<0$.